

PROPORZIONALITÀ DIRETTA

Prendiamo due grandezze (che chiamiamo X e Y) che dipendono una dall'altra, come ad esempio il numero di lattine e il costo totale. Quanto pago? Non lo so, dipende da quante lattine compro! Quindi, la spesa totale (Y) dipende dal numero di lattine (X). La grandezza indipendente è X, quella che dipende da x è la Y.

Rimane fisso il prezzo di ogni lattina: la *costante k*.

Facciamo finta che una lattina costa 1,5 euro (k).

2 lattine → $2 \times 1,5 \text{ €} = 3 \text{ euro}$

4 lattine → $4 \times 1,5 \text{ €} = 6 \text{ euro}$

Se raddoppio il numero di lattine (X), di conseguenza la spesa totale (Y) raddoppia. Se triplico etc etc succede la stessa cosa.

Queste due grandezze si dicono **direttamente proporzionali** perchè se raddoppia (o triplica) una, raddoppia (o triplica) anche l'altra.

Il prezzo di ogni lattina rimane invece sempre lo stesso, cioè 1,5 euro. Questa è detta **K**, cioè **costante di proporzionalità diretta**.

- **LEGGE DI PROPORZIONALITÀ DIRETTA:**

Posso scrivere: $y = k \cdot x$ perché per trovare quant'è la spesa totale (y) devo moltiplicare il prezzo di una lattina (k) per il numero di lattine (x)!

$y = k \cdot x$ è detta legge di proporzionalità diretta

- **TABELLA:**

a partire dalla legge di proporzionalità diretta possiamo compilare una tabella, che ci servirà poi per disegnare il grafico.

Per prima cosa disegno una tabella vuota, con 2 colonne: nella prima (a sinistra!) metterò le x (numero di lattine), nella seconda (a destra!) le y (spesa totale).

Comincio scrivendo almeno 4 valori di x, scegliendoli io a caso, di cui il primo è 0. Scelgo ad esempio i valori 0, 1, 2, 3, che scrivo nella prima colonna.

X lattine	Y spesa
0	
1	
2	
3	

Poi riempio di conseguenza la colonna a destra, ricordandomi che la costante k è 1,5 e ragionando così:

quanto costano 0 lattine? $0 \cdot 1,5 (k) = 0$ euro e scrivo 0

quanto costa 1 lattina? $1 \cdot 1,5 = 1,5$ euro e scrivo 1,5

quanto costano 2 lattine? $2 \cdot 1,5 = 3$ euro e scrivo 3

quanto costano 3 lattine? $3 \cdot 1,5 = 4,5$ euro e scrivo 4,5

X lattine	Y spesa
0	0
1	1,5
2	3
3	4,5

In questo modo riesco a compilare la tabella, che mi permetterà di disegnare il grafico sulla carta millimetrata o su un quaderno a quadretti.

Importante:

Se io faccio per ogni coppia di x e $y \rightarrow y : x = k$ (nel nostro caso 1,5), quindi:

$$1,5 : 1 = 1,5$$

$$3 : 2 = 1,5$$

$$4,5 : 3 = 1,5$$

• GRAFICO:

disegno gli assi cartesiani.

Incomincio ad inserire i valori, utilizzando le due coordinate (x e y).

Vuol dire che i 4 punti che dovrò segnare sugli assi saranno:

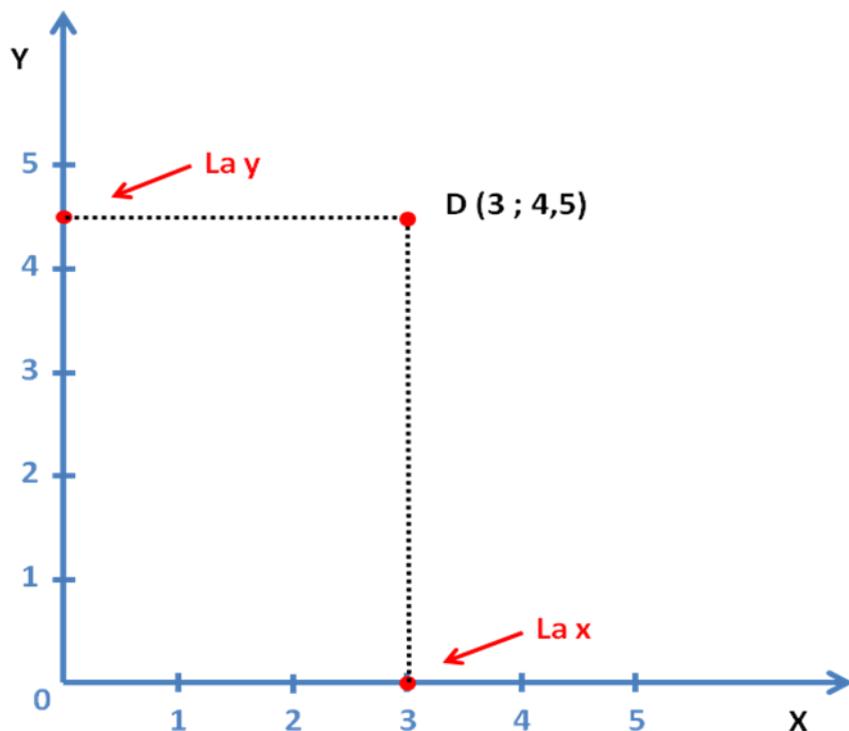
A (0 ; 0)

B (1 ; 1,5)

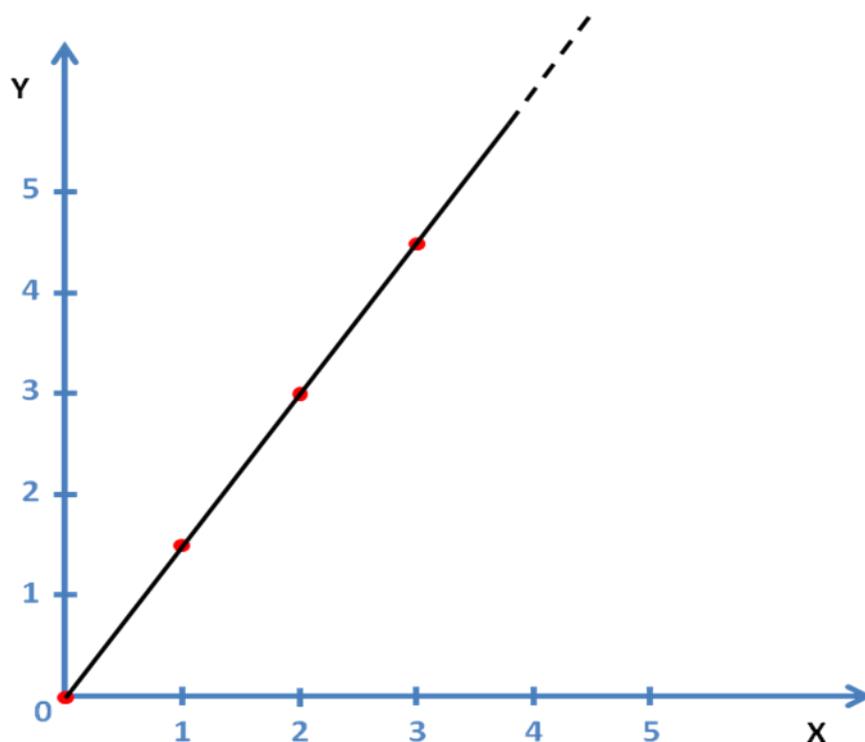
C (2 ; 3)

D (3 ; 4,5)

Ricorda: sull'asse orizzontale vanno le x , su quello verticale le y . Quindi, se voglio segnare il punto D (3 ; 4,5), dovrò utilizzare 3 sull'asse orizzontale e 4,5 su quello verticale:



Seguendo questo metodo, alla fine otterrò quattro punti allineati. Unendoli, posso disegnare una retta che parte dall'origine (cioè da 0):



Questo è il grafico di due grandezze direttamente proporzionali.

Guardandola da un altro punto di vista (cioè al contrario...):

Ogni volta che avete due grandezze (x e y), se fate una tabella come descritto sopra e se, disegnando il grafico, esce una retta come questa, che parte cioè dal punto 0 (origine degli assi), le due grandezze sono per forza direttamente proporzionali.

PROPORZIONALITÀ INVERSA

Non tutte le grandezze sono direttamente proporzionali! Quindi non sempre se prendiamo x e lo raddoppiamo, raddoppia anche la y ! Facciamo un esempio:

x = numero di amici che comprano un CD da regalare

y = spesa a testa

costante = costo del CD

Luca decide di regalare un CD a Elisa per il suo compleanno. Il CD costa 20 euro. Luca paga 20 euro.

Claudio dice: "posso farlo insieme a te il regalo? Così paghiamo di meno!".

Luca e Claudio sono in 2 e pagano 10 euro a testa. (il CD costa sempre 20 euro, non è che cambia!).

Camilla e Carola dicono: "dai! Partecipiamo anche noi!". Luca, Claudio, Camilla e Carola sono 4, quindi pagheranno 5 euro a testa.

Pietro chiede di poter partecipare, così diventano in 5 a fare il regalo e pagheranno 4 euro a testa.

Il prezzo del CD rimane sempre lo stesso (costante):

$1 \cdot 20 \text{ euro} \rightarrow 20 \text{ euro}$

$2 \cdot 10 \text{ euro} \rightarrow 20 \text{ euro}$

$4 \cdot 5 \text{ euro} \rightarrow 20 \text{ euro}$

$5 \cdot 4 \text{ euro} \rightarrow 20 \text{ euro}$

Se raddoppio il numero di amici (X), di conseguenza la spesa a testa (Y) diventa la metà. Se quadruplico (cioè moltiplico per 4) il numero di amici, la spesa a testa diventa un quarto (cioè divido per 4) etc etc ...

Queste due grandezze si dicono **inversamente proporzionali** perchè se raddoppia o triplica una, l'altra diventa metà, un terzo etc...

Il prezzo del CD rimane invece sempre lo stesso, cioè 20 euro. Questa è detta **h** , cioè **costante di proporzionalità inversa** (non potevamo chiamarla k , perché l'abbiamo già usata per le grandezze direttamente proporzionali!).

- **LEGGE DI PROPORZIONALITÀ INVERSA:**

Posso scrivere: $y = h / x$

perché per trovare quant'è la spesa a testa (y) devo dividere il prezzo del CD (h) per il numero di amici (x)!

$y = h / x$ è detta legge di proporzionalità inversa

• **TABELLA:**

anche con le grandezze inversamente proporzionali possiamo (anzi dobbiamo!) compilare una tabella, che ci servirà poi per disegnare il grafico.

nella prima colonna (a sinistra!) metterò le x (numero di amici), nella seconda (a destra!) le y (spesa a testa).

Comincio scrivendo almeno 5 valori di x, scegliendo a caso i più facili (non è che mi metto a dividere 20 euro in 3 persone, che viene 6,66 euro), non scelgo nemmeno il numero 0 perché se nessuno compra il regalo, il problema non si pone (ed Elisa rimane senza CD).

Scelgo ad esempio i valori 1, 2, 4, 5, 10, 20 (20 persone pagherebbero 1 euro a testa...) che scrivo nella prima colonna.

X lattine	Y spesa
1	
2	
4	
5	
10	
20	

Poi riempio di conseguenza la colonna a destra, ricordandomi che la costante h (prezzo del CD) è 20 euro e ragionando così:

spesa di 1 invitato = $20 : 1 = 20$ euro

spesa di 2 invitati = $20 : 2 = 10$ euro

spesa di 4 invitati = $20 : 4 = 5$ euro

spesa di 5 invitati = $20 : 5 = 4$ euro

spesa di 10 invitati = $20 : 10 = 2$ euro

spesa di 20 invitati = $20 : 20 = 1$ euro

X lattine	Y spesa
1	20
2	10
4	5
5	4
10	2
20	1

In questo modo riesco a compilare la tabella, che mi permetterà di disegnare il grafico sulla carta millimetrata o su un quaderno a quadretti.

Importante:

Se io faccio per ogni coppia di x e y $\rightarrow x \cdot y = h$ (nel nostro caso 20 euro):

$$1 \cdot 20 = 20 \text{ euro}$$

$$2 \cdot 10 = 20 \text{ euro}$$

$$4 \cdot 5 = 20 \text{ euro}$$

$$5 \cdot 4 = 20 \text{ euro}$$

$$10 \cdot 2 = 20 \text{ euro}$$

$$20 \cdot 1 = 20 \text{ euro}$$

• **GRAFICO:**

disegno gli assi cartesiani.

Incomincio ad inserire i valori, utilizzando le due coordinate (x e y), come per le grandezze direttamente proporzionali.

Vuol dire che i 6 punti che dovrò segnare sugli assi saranno:

A (1 ; 20)

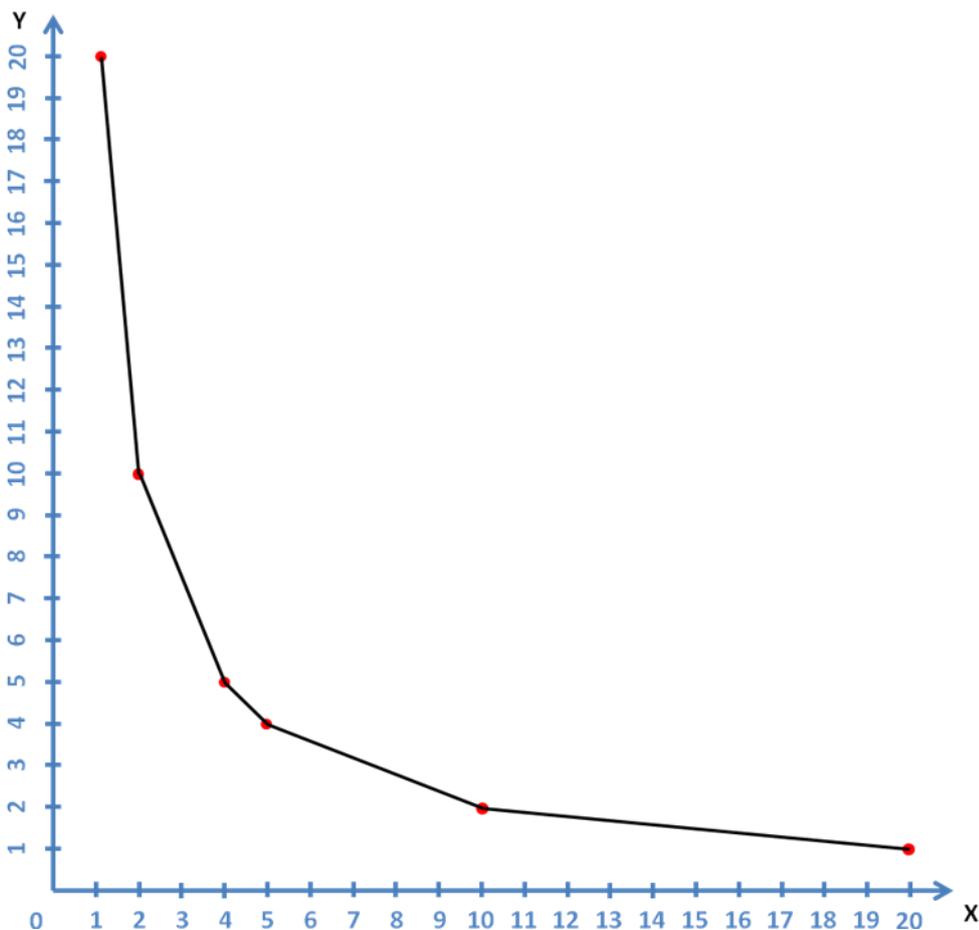
B (2 ; 10)

C (4 ; 5)

D (5 ; 4)

E (10 ; 2)

F (20 ; 1)



Questo è il grafico di due grandezze INVERSAMENTE proporzionali.